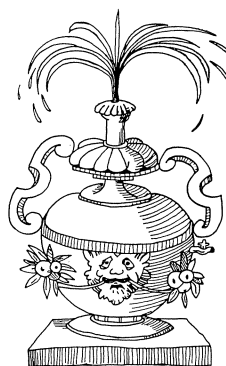


De Heronsfontein

10.

Mededelingen over vondsten en ideeën waarin het verrassende element iets gemeen heeft met de speelse vindingen van Heron van Alexandrië, naar wie dit tijdschrift genoemd is.



De wederkerigheidswet van Maxwell kan in mechanicavraagstukken soms verrassend snel tot een oplossing leiden. Een tweetal voorbeelden kunnen ter toelichting dienen.

I. In het eerste voorbeeld ziet men de vaak voorkomende combinatie van het gebruik van de wederkerigheidswet met behulp van isometrie-eigenschappen van de constructie (wat wil zeggen dat deze congruent is met zichzelf in een andere stand).

Het raamwerk volgens fig. 1 bestaat uit 12 staven met dezelfde lengte en stijfheidseigenschappen. Bij A grijpt een horizontaal gerichte kracht P aan.

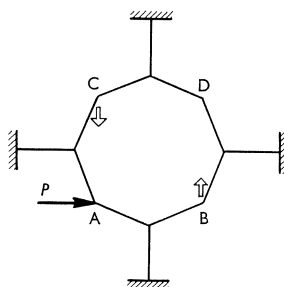


Fig. 1.

Bewezen moet worden, dat de verticale componenten van de verplaatsingen bij B en C gelijk zijn in absolute grootte, terwijl de bewegingszin tegengesteld is.

II. De theorie der buigingsstijve platen leert, dat in het algemeen voor ieder belastingsgeval van een plaat een partiële differentiaalvergelijking met randvoorwaarden opgelost moet worden. Slechts een beperkt aantal gevallen is voor analytische oplossing in gesloten vorm toegankelijk gebleken. Het kan voorkomen, dat voor een gegeven constructie het ene belastingsgeval zich voor een veel eenvoudiger oplossing leent dan het andere. De wederkerigheidswet maakt het dan toch mogelijk enige uitspraken over het moeilijker geval te doen.

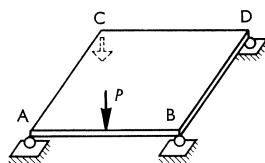


Fig. 2.

De vierkante plaat, die in fig. 2 perspectivisch is weergegeven, is bij de hoeken A, B en D op een bolscharnier opgelegd terwijl de hoek C vrij zwevend is. Een puntlast P beweegt zich over de randen AB en BD; gevraagd wordt de verticale verplaatsing van het punt C.

Uitwerking

I. In het eerste voorbeeld wordt een draaiings-isometrie toegepast, wat enigszins ongebruikelijk is: meestal wordt van spiegelingen-isometrie gebruik gemaakt.

Draait men de constructie over 90° , dan gaat zij 'in zichzelf' over. Voor de eenvoud van de bespreking wordt hier de *belasting* verplaatst gedacht: als de puntlast P verticaal op C aangrijpt zal A een verplaatsingscomponent naar rechts hebben even groot als de verplaatsingscomponent van B naar boven in het eerst beschouwde geval. In termen van invloedsgetallen zou men concluderen $\delta_{AC} = \delta_{BA}$.

De wederkerigheidswet van Maxwell leert nu dat $\delta_{AC} = \delta_{CA}$. Het gevraagde, dat te formuleren is als $\delta_{BA} = \delta_{CA}$ is hiermee aangetoond, waarbij de gehanteerde tekenafspraken het tegengesteld zijn van de bewegingszin impliceren.

II. Bij het tweede voorbeeld blijkt het geval als de puntlast in C staat, zeer eenvoudig voor berekening toegankelijk: het is niets anders dan het bekende belastingsgeval van NADAI. De plaat buigt door in de vorm van een hyperbolische parabolöide, waarbij de zijden AB en BD recht blijven. Punten op die zijden gelegen ondergaan *geen* verticale verplaatsing, wat dus wederkerig ook voor punt C het geval is, indien de last op de in de figuur aangegeven plaats dan wel elders op een der genoemde zijden staat.